Tabel integrale nedefinite

Formule de integrare pentru funcții elementare și compuse $u = u(x)$; $C \in \mathbb{R}$ constantă

matepenet.ro

Nr	Funcții elementare	Funcții compuse, $u = u(x)$ derivabilă	Condiții
1	$\int 1\,dx = x + C$	—	$x \in \mathbb{R}$
2	$\int x^n\,dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\int u^n u'\,dx = \dfrac{u^{n+1}}{n+1} + C$	$n \neq -1$
3	$\int \dfrac{1}{x}\,dx = \ln\lvert x\rvert + C$	$\int \dfrac{u'}{u}\,dx = \ln\lvert u\rvert + C$	$x \neq 0$
4	$\int a^x\,dx = \dfrac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^u u'\,dx = \dfrac{a^u}{\ln a} + C$	$a > 0,\ a \neq 1$
5	$\int e^x\,dx = e^x + C$	$\int e^u u'\,dx = e^u + C$	$x \in \mathbb{R}$
6	$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$	$\int u' \sin u\,dx = -\cos u + C$	$x \in \mathbb{R}$
7	$\int \cos x\,dx = \sin x + C$	$\int u' \cos u\,dx = \sin u + C$	$x \in \mathbb{R}$
8	$\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C$	$\int \dfrac{u'}{\cos^2 u}\,dx = \operatorname{tg} u + C$	$\cos x \neq 0$
9	$\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C$	$\int \dfrac{u'}{\sin^2 u}\,dx = -\operatorname{ctg} u + C$	$\sin x \neq 0$
10	$\int \operatorname{tg} x\,dx = -\ln\lvert\cos x\rvert + C$	$\int u' \operatorname{tg} u\,dx = -\ln\lvert\cos u\rvert + C$	$\cos x \neq 0$
11	$\int \operatorname{ctg} x\,dx = \ln\lvert\sin x\rvert + C$	$\int u' \operatorname{ctg} u\,dx = \ln\lvert\sin u\rvert + C$	$\sin x \neq 0$
12	$\int \dfrac{1}{x^2 + a^2}\,dx = \dfrac{1}{a}\operatorname{arctg}\dfrac{x}{a} + C$	$\int \dfrac{u'}{u^2 + a^2}\,dx = \dfrac{1}{a}\operatorname{arctg}\dfrac{u}{a} + C$	$a \neq 0$
13	$\int \dfrac{1}{x^2 - a^2}\,dx = \dfrac{1}{2a}\ln\left\lvert\dfrac{x-a}{x+a}\right\rvert + C$	$\int \dfrac{u'}{u^2 - a^2}\,dx = \dfrac{1}{2a}\ln\left\lvert\dfrac{u-a}{u+a}\right\rvert + C$	$x \neq \pm a,\ a \neq 0$
14	$\int \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}\,dx = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right) + C$	$\int \dfrac{u'}{\sqrt{u^2 + a^2}}\,dx = \ln\left(u + \sqrt{u^2 + a^2}\right) + C$	$a \neq 0$
15	$\int \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}}\,dx = \ln\left\lvert x + \sqrt{x^2 - a^2}\right\rvert + C$	$\int \dfrac{u'}{\sqrt{u^2 - a^2}}\,dx = \ln\left\lvert u + \sqrt{u^2 - a^2}\right\rvert + C$	$\lvert x\rvert > a > 0$
16	$\int \dfrac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}\,dx = \arcsin\dfrac{x}{a} + C$	$\int \dfrac{u'}{\sqrt{a^2 - u^2}}\,dx = \arcsin\dfrac{u}{a} + C$	$\lvert x\rvert < a$
17	$\int \sqrt{a^2 - x^2}\,dx = \dfrac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \dfrac{a^2}{2}\arcsin\dfrac{x}{a} + C$	—	$\lvert x\rvert \leq a$

Cazul $u = ax + b$, $a \neq 0$: $\int f(ax+b)\,dx = \dfrac{1}{a}F(ax+b) + C$, de exemplu $\int e^{2x+1}dx = \dfrac{1}{2}e^{2x+1} + C$, $\int \sin 3x\,dx = -\dfrac{1}{3}\cos 3x + C$.

Proprietăți și metode

$\int (f \pm g)\,dx = \int f\,dx \pm \int g\,dx$, $\int kf\,dx = k\int f\,dx$

Prin părți: $\int fg'\,dx = fg - \int f'g\,dx$

Schimbare de variabilă:
$\int f\big(u(x)\big)u'(x)\,dx = F\big(u(x)\big) + C$

De reținut

$\int \ln x\,dx = x\ln x - x + C$, $\int xe^x\,dx = (x-1)e^x + C$

Leibniz–Newton: $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$

Verificare: derivata rezultatului trebuie să fie funcția de sub integrală.

Se poate printa și distribui gratuit